**第二讲函数的基本性质**

id:2147490438;FounderCES

题组1函数的单调性

1*.*[2017全国卷Ⅰ,5,5分][理]函数*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)单调递减,且为奇函数*.*若*f*(1)*=-*1,则满足*-*1≤*f*(*x-*2)≤1的*x*的取值范围是()

A.[*-*2,2] B.[*-*1,1] C.[0,4] D.[1,3]

2*.*[2017天津,6,5分][理]已知奇函数*f*(*x*)在R上是增函数,*g*(*x*)*=xf*(*x*)*.*若*a=g*(*-*log25*.*1),*b=g*(20*.*8),*c=g*(3),则*a*,*b*,*c*的大小关系为()

A*.a<b<c*  B*.c<b<a* C*.b<a<c* D*.b<c<a*

3*.*[2016北京,4,5分]下列函数中,在区间(*-*1,1)上为减函数的是()

A*.y=* B*.y=*cos *x* C*.y=*ln(*x+*1) D*.y=*2*-x*

4*.*[2015陕西,8,5分]设*f*(*x*)*=x-*sin *x*,则*f*(*x*)()

A.既是奇函数又是减函数 B.既是奇函数又是增函数

C.是有零点的减函数 D.是没有零点的奇函数

5*.*[2015湖北,6,5分][理]已知符号函数sgn *x=f*(*x*)是R上的增函数,*g*(*x*)*=f*(*x*)*-f*(*ax*)(*a>*1),则()

A.sgn[*g*(*x*)]*=*sgn *x* B*.*sgn[*g*(*x*)]*=-*sgn *x*

C*.*sgn[*g*(*x*)]*=*sgn[*f*(*x*)] D*.*sgn[*g*(*x*)]*=-*sgn[*f*(*x*)]

6*.*[2016天津,6,5分][理]已知*f*(*x*)是定义在R上的偶函数,且在区间(*-∞*,0)上单调递增*.*若实数*a*满足*f*(2*|a-*1*|*)*>f*(*-*),则*a*的取值范围是*.*

题组2函数的奇偶性与周期性

7*.*[2016山东,9,5分][理]已知函数*f*(*x*)的定义域为R*.*当*x<*0时,*f*(*x*)*=x*3*-*1;当*-*1≤*x*≤1时,*f*(*-x*)*=-f*(*x*);当*x>*时,*f*(*x+*)*=f*(*x-*)*.*则*f*(6)*=*()

A*.-*2 B*.-*1 C*.*0 D*.*2

8*.*[2015山东,8,5分]若函数*f*(*x*)*=*是奇函数,则使*f*(*x*)*>*3成立的*x*的取值范围为()

A.(*-∞*,*-*1) B.(*-*1,0) C.(0,1) D.(1,*+∞*)

9*.*[2015广东,3,5分][理]下列函数中,既不是奇函数,也不是偶函数的是()

A*.y=* B*.y=x+* C*.y=*2*x+* D*.y=x+*e*x*

10*.*[2015福建,2,5分][理]下列函数为奇函数的是()

A.*y=* B*.y=|*sin *x|* C.*y=*cos *x* D.*y=*e*x-*e*-x*

11*.*[2014新课标全国*Ⅰ*,3,5分][理]设函数 *f*(*x*),*g*(*x*)的定义域都为R,且 *f*(*x*)是奇函数,*g*(*x*)是偶函数,则下列结论中正确的是()

A. *f*(*x*)*g*(*x*)是偶函数 B. *f*(*x*)*|g*(*x*)*|*是奇函数

C*.|f*(*x*)*|g*(*x*)是奇函数 D*.|f*(*x*)*g*(*x*)*|*是奇函数

12*.*[2014湖北,10,5分][理]已知函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,当*x*≥0时,*f*(*x*)*=*(*|x-a*2*|+|x-*2*a*2*|-*3*a*2)*.*若∀*x*∈R,*f*(*x-*1)≤*f*(*x*),则实数*a*的取值范围为()

A.[-,] B.[-,] C.[-,] D.[-,]

13*.*[2016江苏,11,5分][理]设*f*(*x*)是定义在R上且周期为2的函数,在区间[*-*1,1)上, *f*(*x*)*=*其中*a*∈R*.*若*f*(*-*)*=f*(),则*f*(5*a*)的值是*.*

14*.*[2016四川,14,5分][理]已知函数*f*(*x*)是定义在R上的周期为2的奇函数,当0*<x<*1时,*f*(*x*)*=*4*x*,则*f*(*-*)*+f*(1)*=　　　　.*

15*.*[2015新课标全国*Ⅰ*,13,5分][理]若函数*f*(*x*)*=x*ln(*x+*)为偶函数,则*a=　　　　.*

16*.*[2014全国卷*Ⅱ*,15,5分][理]已知偶函数*f*(*x*)在[0,*+∞*)单调递减,*f*(2)*=*0*.*若*f*(*x-*1)*>*0,则*x*的取值范围是*.*

id:2147490459;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018河北武邑中学高三三调,5]下列函数中,在[*-*1,1]上与函数*y=*cos2的单调性和奇偶性都相同的是()

A.*y=*2*x-*2*-x* B.*y=|x|+*1 C.*y=x*2(*x+*2) D.*y=-x*2*+*2

2*.*[2018江西省六校联考,4]设函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,且*f*(*x*)*=*则*g*[*f*(*-*8)]*=*()

A.-1 B.-2 C.1 D.2

3*.*[2018山西省45校第一次联考,8]函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,当*x*≥0时,*f*(*x*)为减函数,且*f*(*-*1)*=*1,若*f*(*x-*2)≥*-*1,则*x*的取值范围是()

A.(-∞,3] B.(-∞,1] C.[3,+∞) D.[1,+∞)

4*.*[2018河北省“五个一名校联盟”高三第二次考试,7]已知奇函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*1)*=f*(1*-x*),若当*x*∈(*-*1,1)时,*f*(*x*)*=*lg,且*f*(2 018*-a*)*=*1,则实数*a*的值可以是()

A*.* B*.* C*.-* D*.-*

5*.*[2018湖北省百校联考,13]已知函数*f*(*x*)*=*(*x+*1)(*x+a*)*x*4为R上的偶函数,则*a=　　　　.*

**B组提升题**

6*.*[2018河南省中原名校高三第三次质量考评,12]若对∀*x*,*y*∈R,有*f*(*x+y*)*=f*(*x*)*+f*(*y*)*-*2,则函数*g*(*x*)*=+f*(*x*)的最大值与最小值的和为()

A.4 B.6 C.9 D.12

7*.*[2018黑龙江省第二次月考,6]已知定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(*x-*3)*=-f*(*x*),在区间[0,]上是增函数,且函数*y=f*(*x-*3)为奇函数,则()

A.*f*(*-*31)*<f*(84)*<f*(13) B.*f*(84)*<f*(13)*<f*(*-*31)

C.*f*(13)*<f*(84)*<f*(*-*31) D.*f*(*-*31)*<f*(13)*<f*(84)

8*.*[2018惠州市第一次调研考试,10]已知函数*y=f*(*x*)的定义域为R,且满足下列三个条件:

①对任意的*x*1,*x*2∈[4,8],当*x*1*<x*2时,都有*>*0恒成立;

②*f*(*x+*4)*=-f*(*x*);

③*y=f*(*x+*4)是偶函数*.*

若*a=f*(6),*b=f*(11),*c=f*(2 017),则*a*,*b*,*c*的大小关系正确的是()

A.*a<b<c* B.*b<a<c* C.*a<c<b* D.*c<b<a*

9*.*[2018广西桂林市、柳州市高三综合模拟金卷,15]设奇函数*f*(*x*)在(0,*+∞*)上为增函数,且*f*(1)*=*0,则不等式*<*0的解集为*.*

10*.*[2018河南省漯河市高级中学高三三模,14]已知*f*(*x*)是定义在R上的偶函数,令*F*(*x*)*=*(*x-b*)*f*(*x-b*)*+*2 017,若*b*是*a*,*c*的等差中项,则*F*(*a*)*+F*(*c*)*=　　　　.*

**答案**

id:2147496766;FounderCES

1*.*D∵函数*f*(*x*)为奇函数,且*f*(1)*=-*1,∴*f*(*-*1)*=-f*(1)*=*1,又函数*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)单调递减,∴由*-*1≤*f*(*x-*2)≤1,得*-*1≤*x-*2≤1,∴1≤*x*≤3,故选D*.*

2*.*C解法一由*f*(*x*)为奇函数,知*g*(*x*)*=xf*(*x*)为偶函数*.*因为*f*(*x*)在R上单调递增,*f*(0)*=*0,所以当*x>*0时,*f*(*x*)*>*0,所以*g*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,且*g*(*x*)*>*0*.*又*a=g*(*-*log25*.*1)*=g*(log25*.*1),

*b=g*(20*.*8),*c=g*(3),20*.*8*<*2*=*log24*<*log25*.*1*<*log28*=*3,所以*b<a<c*,故选C*.*

解法二取*f*(*x*)*=x*,则*g*(*x*)*=x*2为偶函数且在(0,*+∞*)上单调递增,然后进行判断可知*b<a<c*,故选C*.*

3*.*D函数*y=*,*y=*ln(*x+*1)在(*-*1,1)上都是增函数,函数*y=*cos *x*在(*-*1,0)上是增函数,在(0,1)上是减函数,而函数*y=*2*-x=*()*x*在(*-*1,1)上是减函数,故选D*.*

4*.*B因为*f*(*-x*)*=-x-*sin(*-x*)*=-*(*x-*sin *x*)*=-f*(*x*),所以*f*(*x*)为奇函数*.*又*f* *'*(*x*)*=*1*-*cos *x*≥0,所以*f*(*x*)单调递增,故选B*.*

5*.*B因为*f*(*x*)是R上的增函数,又*a>*1,所以当*x>*0时,*f*(*x*)*<f*(*ax*),即*g*(*x*)*<*0;当*x=*0时,*f*(*x*)*=f*(*ax*),即*g*(*x*)*=*0;当*x<*0时,*f*(*x*)*>f*(*ax*),即*g*(*x*)*>*0*.*由符号函数sgn *x=*知,sgn[*g*(*x*)]*==-*sgn *x*,故选B*.*

6*.*(,)因为*f*(*x*)是定义在R上的偶函数,且在区间(*-∞*,0)上单调递增,所以*f*(*x*)在区间(0,*+∞*)上单调递减*.*又*f*(2*|a-*1*|*)*>f*(*-*),*f*(*-*)*=f*(),故*-<*2*|a-*1*|<*,则*|a-*1*|<*,所以*<a<.*

7*.*D由题意可知,当*-*1≤*x*≤1时,*f*(*x*)为奇函数,且当*x>*时,*f*(*x+*1)*=f*(*x*),所以*f*(6)*=f*(5*×*1*+*1)*=f*(1)*.*而*f*(1)*=-f*(*-*1)*=-*[(*-*1)3*-*1]*=*2,所以*f*(6)*=*2,故选D.

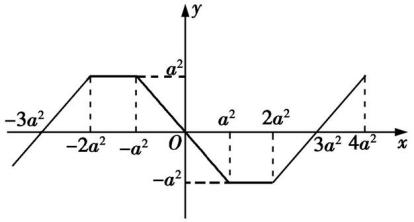
8*.*C*f*(*-x*)*==*,由*f*(*-x*)*=-f*(*x*)得*=-*,即1*-a*·2*x=-*2*x+a*,化简得*a*·(1*+*2*x*)*=*1*+*2*x*,所以*a=*1,*f*(*x*)*=.*由*f*(*x*)*>*3得0*<x<*1*.*故选C*.*

9*.*D选项A中的函数是偶函数;选项B中的函数是奇函数;选项C中的函数是偶函数;只有选项D中的函数既不是奇函数也不是偶函数.故选D*.*

10*.*D因为函数*y=*的定义域为[0,*+∞*),不关于原点对称,所以函数*y=*为非奇非偶函数,排除A;因为*y=|*sin *x|*为偶函数,所以排除B;因为*y=*cos *x*为偶函数,所以排除C;因为*y=f*(*x*)*=*e*x-*e*-x*,*f*(*-x*)*=*e*-x-*e*x=-*(e*x-*e*-x*)*=-f*(*x*),所以函数*y=*e*x-*e*-x*为奇函数,选D*.*

11*.*B*f*(*x*)为奇函数,*g*(*x*)为偶函数,故*f*(*x*)*g*(*x*)为奇函数,*f*(*x*)*|g*(*x*)*|*为奇函数,*|f*(*x*)*|g*(*x*)为偶函数,*|f*(*x*)*g*(*x*)*|*为偶函数,故选B*.*

12*.*B当*x*≥0时,*f*(*x*)*=*又*f*(*x*)为奇函数,可得*f*(*x*)的图象如图D 2*-*2*-*1所示,由图象可得,当*x*≤2*a*2时,*f*(*x*)max*=a*2,当*x>*2*a*2时,令*x-*3*a*2*=a*2,得*x=*4*a*2,又∀*x*∈R,*f*(*x-*1)≤*f*(*x*),可知 4*a*2*-*(*-*2*a*2)≤1,解得*a*∈[*-*,],故选B*.*



图D 2*-*2*-*1

13*.-*由题意可得*f*(*-*)*=f*(*-*)*=-+a*,*f*()*=f*()*=|-|=*,则*-+a=*,*a=*,故*f*(5*a*)*=f*(3)*=f*(*-*1)*=-*1*+=-.*

14*.-*2因为*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,所以*f*(0)*=*0*.*又*f*(*x*)*=-f*(*-x*),*f*(*x+*2)*=f*(*x*),所以*f*(*x+*1)*=-f*(1*-x*),令*x=*0,得*f*(1)*=-f*(1),所以*f*(1)*=*0*.f*(*-*)*=f*(*-*2*-*)*=f*(*-*)*=-f*()*=-*2,所以*f*(*-*)*+f*(1)*=-*2*.*

15*.*1由题意得*f*(*x*)*=x*ln(*x+*)*=f*(*-x*)*=-x*ln(*-x*),所以*+x=*,解得*a=*1*.*

16*.*(*-*1,3)由题可知,当*-*2*<x<*2时,*f*(*x*)*>*0*.*因为*f*(*x-*1)的图象是由*f*(*x*)的图象向右平移1个单位长度得到的,所以若*f*(*x-*1)*>*0,则*-*1*<x<*3*.*

id:2147496780;FounderCES

**A组基础题**

1*.*D函数*y=*cos2在[*-*1,0]上单调递增,在[0,1]上单调递减,且函数*y=*cos2为偶函数,对于A,*y=*2*x-*2*-x*为奇函数;对于B,*y=|x|+*1为偶函数,在[*-*1,0]上单调递减,在[0,1]上单调递增;对于C,*y=x*2(*x+*2)为非奇非偶函数;对于D,*y=-x*2*+*2在[*-*1,0]上单调递增,在[0,1]上单调递减,且函数*y=-x*2*+*2为偶函数,故选D*.*

2*.*A∵函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,且*f*(*x*)*=*

∴*f*(*-*8)*=-f*(8)*=-*log39*=-*2,∴*g*[*f*(*-*8)]*=g*(*-*2)*=f*(*-*2)*=-f*(2)*=-*log33*=-*1*.*故选A*.*

3*.*A函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,且是[0,*+∞*)上的减函数,故函数*f*(*x*)在R上单调递减*.*又*f*(*-*1)*=*1,所以*f*(1)*=-*1,因此*f*(*x-*2)≥*-*1⇔*f*(*x-*2)≥*f*(1)⇔*x-*2≤1⇔*x*≤3,所以*x*的取值范围是(*-∞*,3] ,故选A*.*

4*.*A∵*f*(*x+*1)*=f*(1*-x*),∴*f*(*x*)*=f*(2*-x*),又函数*f*(*x*)为奇函数,∴*f*(*-x*)*=-f*(*x*),∴*f*(*-x*)*=-f*(2*-x*),∴*f*(2*+x*)*=-f*(*x*),∴*f*(*x+*4)*=-f*(*x+*2)*=f*(*x*),∴函数*f*(*x*)为周期函数,周期为4*.*当*x*∈(*-*1,1)时,令*f*(*x*)*=*lg*=*1,得*x=*,又*f*(2 018*-a*)*=f*(2*-a*)*=f*(*a*),∴*a*可以是,故选A*.*

5*.-*1∵*y=x*4为偶函数,∴*y=*(*x+*1)(*x+a*)*=x*2*+*(*a+*1)*x+a*为偶函数,则*-=*0,∴*a=-*1*.*

**B组提升题**

6.A令*x=y=*0,则*f*(0)*=*2,令*y=-x*,则*f*(*x*)*+f*(*-x*)*=*4,令*h*(*x*)*=g*(*x*)*-*2*=+f*(*x*)*-*2,则*h*(*-x*)*=g*(*-x*)*-*2*=+f*(*-x*)*-*2,所以*h*(*x*)*+h*(*-x*)*=*0,故*h*(*x*)是奇函数*.*又*h*(*x*)min*=g*(*x*)min*-*2,*h*(*x*)max*=*

*g*(*x*)max*-*2,而*h*(*x*)min*=-h*(*x*)max,所以*g*(*x*)min*-*2*+g*(*x*)max*-*2*=*0,即*g*(*x*)min*+g*(*x*)max*=*4,故选A*.*

7*.*A根据题意,函数*f*(*x*)满足*f*(*x-*3)*=-f*(*x*),则有*f*(*x-*6)*=-f*(*x-*3)*=f*(*x*),则函数*f*(*x*)为周期为6的周期函数*.*若函数*y=f*(*x-*3)为奇函数,则*f*(*x*)的图象关于点(*-*3,0)成中心对称,则有*f*(*x*)*=-f*(*-*6*-x*),又由函数的周期为6,则有*f*(*x*)*=-f*(*-x*) ,函数*f*(*x*)为奇函数*.*又由函数在区间[0,]上是增函数,则函数*f*(*x*)在[*-*,] 上为增函数,*f*(84)*=f*(14*×*6*+*0)*=f*(0),*f*(*-*31)*=f*(*-*1*-*5*×*6)*=f*(*-*1),*f*(13)*=f*(1*+*2*×*6)*=f*(1),则有*f*(*-*1)*<f*(0)*<f*(1),即*f*(*-*31)*<f*(84)*<f*(13) ,故选A*.*

8*.* B由*①*知函数*f*(*x*)在区间[4,8]上为单调递增函数;由*②*知*f*(*x+*8)*=-f*(*x+*4)*=f*(*x*),即函数*f*(*x*)的周期为8,所以*c=f*(2 017)*=f*(252*×*8*+*1)*=f*(1),*b=f*(11)*=f*(3);由*③*可知函数*f*(*x*)的图象关于直线*x=*4对称,所以*b=f*(3)*=f*(5),*c=f*(1)*=f*(7)*.*因为函数*f*(*x*)在区间[4,8]上为单调递增函数,所以*f*(5)*<f*(6)*<f*(7),即*b<a<c*,故选B*.*

9*.*(*-*1,0)∪(0,1)∵*f*(*x*)为奇函数,且在(0,*+∞*)上是增函数,*f*(1)*=*0,∴*f*(*-*1)*=-f*(1)*=*0,*f*(*x*)在(*-∞*,0)上也是增函数,*=*2*<*0,即或根据*f*(*x*)在(*-∞*,0)和(0,*+∞*)上都是增函数,且*f*(*-*1)*=f*(1)*=*0,解得*x*∈(*-*1,0)∪(0,1)*.*

10*.*4 034*F*(*a*)*+F*(*c*)*=*(*a-b*)*f*(*a-b*)*+*2 017*+*(*c-b*)*f*(*c-b*)*+*2 017*.*∵*b*是*a*,*c*的等差中项,∴*a-b=-*(*c-b*),令*g*(*x*)*=xf*(*x*),则*g*(*-x*)*=-xf*(*-x*)*=-xf*(*x*)*=-g*(*x*),∴*g*(*x*)*=xf*(*x*)是奇函数*.*∴(*a-b*)*f*(*a-b*)*+*(*c-b*)*f*(*c-b*)*=*0,∴*F*(*a*)*+F*(*c*)*=*2 017*+*2 017*=*4 034*.*